

FAST:A Fully Asynchronous Split Time-integrator for Self-Gravitational Fluid

齋藤貴之(日本学術振興会特別研究員/国立天文台) & 牧野淳一郎 (国立天文台)

概要

銀河形成シミュレーションの高速化のために、自己重力流体の新しい時間積分法を開発した。従来の自己重力流体の時間積分では重力相互作用と流体相互作用を同じ時間刻み幅で同時に計算して積分するが、我々が開発した時間積分法 (FAST) では重力相互作用と流体相互作用にそれぞれ独立の時間刻み幅を持たせて別々に積分する。これにより、自己重力の計算回数を減らすことができ、結果として自己重力流体の高速な時間積分が可能になった。我々は FAST を超高分解能銀河衝突シミュレーションに適用し、現実的な計算に於いて極めて有効であることを明らかにした。

1 はじめに

通常の銀河形成シミュレーションで最も短い時間刻み幅は、超新星爆発によって低温 (~ 10 K) 高密度領域が加熱 ($\sim 10^{7-8}$ K) されるときに生じる。この急激な加熱により、高密度ガスの時間刻みは加熱前の値よりさらに 1000 倍程度短くなる。粒子ごとに異なる時間刻み幅を持つ独立時間刻み法を用いても、重力計算を加速するツリー法と組み合わせるとツリー構造の生成が大きな負担になり、全体としての計算の高速化は限られている。このことが現在の銀河形成シミュレーションの高分解能化/大規模化の大きな障害となっている。このような領域は、ポテンシャルエネルギーよりも熱エネルギーが卓越するため、重力は摂動的である。そこで我々は、このような状況を持つシミュレーションを加速することを目的に、重力相互作用と流体相互作用それぞれに異なる時間刻みを与える時間積分法を考案した [2]。相互作用を分離して積分する方法として、他に multiple time-step 法等がある [3]。

2 定式化

シンプレクティック積分構築法を応用して自己重力と流体力学の相互作用にそれぞれ異なる時間刻み幅を与える積分公式を構築する。

N 粒子からなる自己重力流体のハミルトニアンを次のように表す:

$$H = \sum_i^N \frac{p_i^2}{2m_i} + U(\mathbf{q}, \boldsymbol{\rho}, \mathbf{s}) - \sum_i^N \frac{Gm_i m_j}{q_{ij}}, \quad (1)$$

p, q は一般化座標と一般化運動量であり、 m は質量、 ρ は密度、 s はエントロピー、 G は万有引力定数である。 $\mathbf{q} = (q_1, q_2, q_3, \dots, q_N)$ 、 $\boldsymbol{\rho} = (\rho_1, \rho_2, \rho_3, \dots, \rho_N)$ 、 $\mathbf{s} = (s_1, s_2, s_3, \dots, s_N)$ である。また、任意の流体力学相互作用を考慮し、一般にそれを $U(\mathbf{q}, \boldsymbol{\rho}, \mathbf{s})$ とした。以下

簡単のため断熱 (s_i は全て定数) の場合だけを考える。

ハミルトニアンを以下のように分解する。

$$H_{\text{hydro}} = \sum_i^N \frac{p_i^2}{2m_i} + U(\mathbf{q}, \boldsymbol{\rho}), \quad (2)$$

$$H_{\text{grav}} = - \sum_i^N \frac{Gm_i m_j}{q_{ij}}. \quad (3)$$

このハミルトン系の二次の形式解 (リープフロッグ) は、

$$f(t + \Delta t) \approx e^{\frac{\Delta t_g}{2} \{, H_{\text{grav}} \}} e^{\Delta t_g \{, H_{\text{hydro}} \}} e^{\frac{\Delta t_g}{2} \{, H_{\text{grav}} \}} f(t), \quad (4)$$

と書くことができる。ここで “ $\{, \}$ ” はポアソン括弧であり、 Δt_g は時間刻み幅である。

H_{hydro} を次のように書き換える。

$$H_{\text{hydro}, T} = \sum_i^N \frac{p_i^2}{2m_i}, \quad (5)$$

$$H_{\text{hydro}, U} = U(\mathbf{q}, \boldsymbol{\rho}). \quad (6)$$

$\Delta t_g = l \times \Delta t_h$ 、 l は任意の自然数とすると、

$$f(t + \Delta t) \approx e^{\frac{\Delta t_g}{2} \{, H_{\text{grav}} \}} [e^{\frac{\Delta t_h}{2} \{, H_{\text{hydro}, U} \}} e^{\Delta t_h \{, H_{\text{hydro}, T} \}} e^{\frac{\Delta t_h}{2} \{, H_{\text{hydro}, U} \}}]^l e^{\frac{\Delta t_g}{2} \{, H_{\text{grav}} \}} f(t). \quad (7)$$

と書くことができる。我々はこれを FAST (Fully Asynchronous Split Time-integrator) と名付けた。模式的に書くと図 1 のようになる。

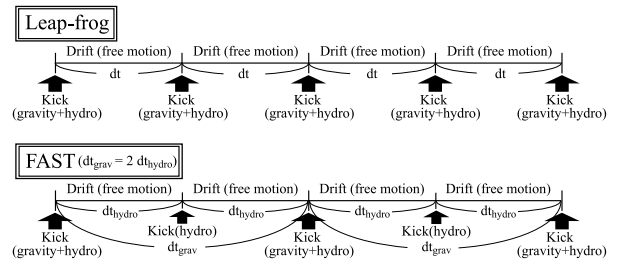


図 1 通常のリープフロッグと FAST の模式図。
 $\Delta t_g = 2 \times \Delta t_h$ の場合。

* saito.takayuki [at] nao.ac.jp

表 1 Timing results[秒]。

Method	計	重力 ^a	流体	その他
Ind	16454	6703(2441)	4041	5710
FAST	9646	953(279)	4152	4541

^a 括弧内はツリー生成にかかる時間。

3 テスト計算

テストは、我々が独自に開発したシミュレーションコード ASURA に FAST を実装して行った。ASURA は次世代スーパーコンピュータ 開発実施本部よりターゲットアプリケーションに選定されたコードの一つである。自己重力の計算には ツリー法と GRAPE を組み合わせて用い、流体力学の計算には Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) 法を用いた。流体の時間刻み幅はクーラン条件により決定した。一方重力の時間刻み幅は、重力加速度とその微分を元に定めた。時間積分にはリープフロッグ法を採用した。粒子ごとに異なる時間刻み幅を持つことを許す独立時間刻み法も用いた。通常の独立時間刻み法を用いた場合と FAST を用いた場合の二通りを行い結果を比較した (それぞれ Ind、FAST と表記する)。通常の独立時間刻み法の時には、流体時間刻み幅と重力時間刻み幅の短い方を採用した。

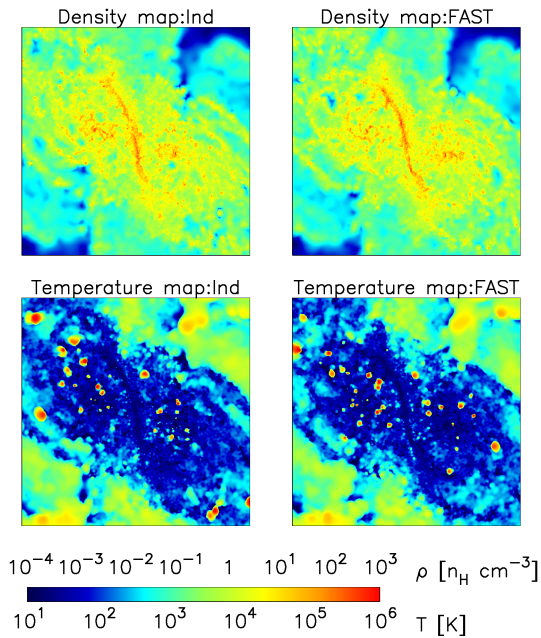


図 2 ガスの密度 (上) と温度 (下) の図。左側が通常の独立時間刻み法、右側は FAST を用いた場合。

ここでは FAST を実際のシミュレーションに適用した結果について報告する^{*1}。このシミュレーションでは二つの銀河が衝突を起こし爆発的星形成と星団形成を起こ

^{*1} 簡単なテスト (自己重力ガス雲の重力崩壊と爆発問題) から、(1) 重力計算の頻度が減ること、(2) 重力計算にかかる時間が減ること、そして (3) 従来の方と比べて答えが変わらないことを確認してある。[2]

表 2 ステップと積分された粒子数。

Method	Gravity		Hydro	
	steps	$N_{\text{int,grav}}$	steps	$N_{\text{int,hydro}}$
Ind	21296	1830998269	21296	72569732
FAST	2425	1771965994	22959	80287029

$N_{\text{int,grav}}$ と $N_{\text{int,hydro}}$ はそれぞれ重力相互作用と流体相互作用で積分された粒子数。

す。超新星爆発が生じている領域で時間刻み幅は、1000 年を切る。このシミュレーションは昨年度斎藤が次世代スーパーコンピューティングシンポジウム 2008 のポスターセッションで報告したものである [1]。テストには、国立天文台の Cray-XT4 (Opteron 2.2 GHz B3core) の 128 コアを用いた。

図 2 は、銀河衝突時のガスの密度と温度を示している。衝突面に低温高密度の巨大なフィラメント構造が形成されている。どちらの時間積分方法を用いてもその様子に違いはない。表 1 には銀河衝突時の 50 Myr の時間積分にかかった計算時間を、表 2 にはそのときのステップ数と積分された粒子数を提示した。これらより、FAST では重力計算の頻度が大幅に減ることで、計算時間が減少したことがわかる。

4 まとめ

我々は、自己重力流体において重力相互作用と流体相互作用に独立の時間刻み幅を持たせて別々に積分する時間積分法を開発した。これにより、自己重力の計算回数を減らすことができ、結果として自己重力流体の高速な時間積分が可能になった。この手法は銀河形成シミュレーションの高速化大規模化に極めて有用である。

参考文献

- [1] T. R. Saitoh, H. Daisaka, E. Kokubo, J. Makino, T. Okamoto, K. Tomisaka, K. Wada, and N. Yoshida. Toward First-Principle Simulations of Galaxy Formation: II. Shock-Induced Starburst at a Collision Interface During the First Encounter of Interacting Galaxies. *PASJ*, Vol. 61, pp. 481–486, June 2009.
- [2] T. R. Saitoh and J. Makino. FAST: A Fully Asynchronous Split Time-Integrator for Self-Gravitating Fluid. *ArXiv e-prints* astro-ph:0908.1460, August 2009.
- [3] W. B. Streett, D. J. Tildesley, and G. Saville. Multiple time-step methods in molecular dynamics. *Molecular Physics*, Vol. 35, pp. 639–648, 1978.