

クラウド利用による不確実性を考慮した有限要素法

佐藤 陽平, 奥田 洋司

東京大学工学系研究科, 東京大学人工物工学研究センター

sato@nihonbashi.race.u-tokyo.ac.jp, okuda@race.u-tokyo.ac.jp

概要: 不確実性を考慮した有限要素法は計算コストが高い。本研究では大規模な確率有限要素解析を現実的なものにするために、その数理的な最適化手法と、グリッドとクラウドの利用による高速化手法を提案する。数理的最適化では一括型反復解法を適用し、計算機環境の観点からは BOINC を用いたデスクトップグリッドと商用クラウドサービスである Amazon EC2 を統合した環境を構築し、その上に確率有限要素法のアプリケーションを実装した。デスクトップグリッド環境に外部のクラウドサービスを統合することにより、組織が所有する計算機資源では賄いきれない規模の計算要求のピークに応えられるデスクトップグリッド環境を経済的に構築することを可能にした。

1 はじめに

有限要素法は工学の広い分野で重要な道具となっている。今日、計算機ハードウェアと並列アルゴリズムの進歩により有限要素モデルは非常に大規模で精細なものとなっている。このようなモデルでは、情報の不足などによる不確実性を考慮した解析の必要性が高まってきている。

有限要素解析における変数が確率変動を含む場合、摂動法に基づく確率有限要素法が利用できる [1][2]。しかしながら、確率有限要素法では、例えば各要素が確率変数を含む材料定数をもつ場合、少なくとも要素数 (= 確率変数の数) の行列方程式 $Ax = b$ を解く必要がある。このように、全ての確率変数の変動を考慮した解析を行うことは非常に計算コストが高く、その大規模化は現実的ではないと考えられてきた。

2 確率有限要素法向け一括型反復解法

係数行列が等しい一連の行列方程式群を効率的に解く共役勾配法の改良手法として、Seed アルゴリズム [3][4] が提案されている。これは、最初の問題に生成された Krylov 部分空間を残りの問題で再利用することで、計算コストの減少を図るものである。

本研究では Seed アルゴリズムに独自の改良を加えて確率有限要素法に適用することで、例題における再利用反復後の通常共役勾配法反復回数を 25% に減らし、計算時間を 55% に減らすことができた。Seed アルゴリズムを適用しない場合と、Seed アルゴリズムによる再利用反復後にリスタ

ートして通常の共役勾配法反復を行った場合の収束履歴を図 1 に示す。また、再利用反復も含めた計算時間の比較を表 1 に示す。

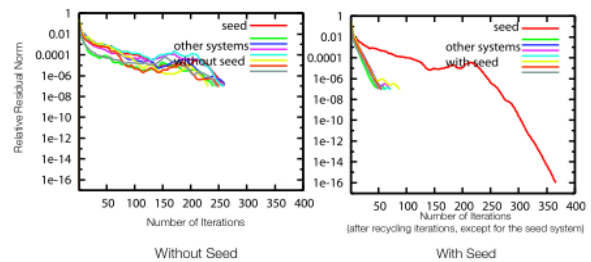


図 1 Convergence history of conventional CG and proposed method

表 1 Computational time (part of the problem on 1PC)

	Time (s)
Proposed method	1,511,459
Convethonal CG	2,724,328

3 BOINC によるグリッド化とクラウド連携

前述の一括型反復解法を適用した確率有限要素法のグリッド実装を行った。グリッド環境には BOINC で構築した研究室所有のデスクトップグリッド環境を利用した。本実装では、通信時間の削減のため、係数行列を入力値としてではなくアプリケーションと一緒にクライアントに配信する仕組みを採っている。これによりクライアント側

で係数行列をキャッシュすることが可能になり、43%かかっていた通信時間を削減することができた。図2に1台のPC, 32台のBOINCクライアント(係数行列のキャッシング無し), 同(係数行列のキャッシング有り)の3条件での実行時間の比較を示す。また、係数行列をキャッシュしない場合の各オペレーションが計算時間に占める割合を表2に示す。

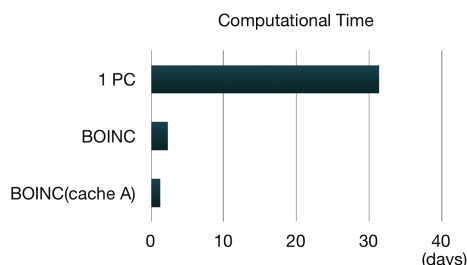


図2 Computational time on BOINC desktop grid

表2 Detail of time in computation for 2nd case (using 32 BOINC clients without caching A)

Operation	Time (%)
Download A	43
Download RHS	2
Calculation	40
Upload solution	2
Idling	12

一時的に増える計算資源需要のピークに応えるため、構築したデスクトップグリッドからクラウド上の資源をシームレスに利用できるシステムを構築した。Amazon Elastic Computing Cloud (EC2)はスケラブルな仮想ホスティングサービスとも考えることができる、商用のクラウドサービスである。利用者は任意の時間、任意の数の仮想マシン(EC2 インスタンス)を起動して利用することができ、時間単位で課金がされる。特に小規模な研究室のための一時的な計算機資源としても便利に利用できるものだと考えている。

我々の実装では、BOINC サーバに負荷の監視とクラウド上のリソース管理機能を追加し、必要に応じてクラウド上のリソースをデスクトップグリッドに追加できる仕組みになっている。図3に横軸に時間、縦軸にサーバ上に残っているタスク数と稼働しているBOINCクライアントの数を示す。ここで示した結果では、EC2の一般顧

客への制限(申請により解除可能)で最大20台のEC2インスタンスしか利用できていないが、サーバ上に残っているタスク数に応じて必要な数のBOINCクライアントが起動されていることがわかる。

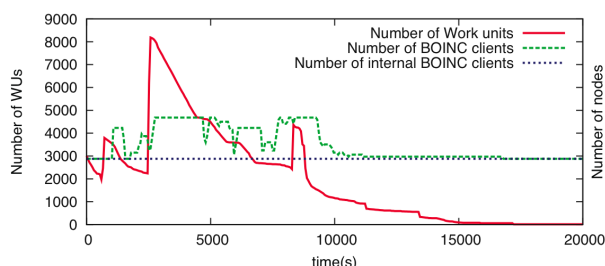


図3 BOINC environment integrated with EC2 workunit handling test

4 まとめ

一括型反復解法による確率有限要素法を提案し、例題で計算時間が55%に短縮した。クラウド上の資源をシームレスに利用可能なデスクトップグリッド環境を構築し、その上で提案する確率有限要素法をグリッド化した。クラウドとの連携により変動する計算需要に応えることのできる環境が得られた。これは不確実性を含む有限要素解析にとどまらず、広い範囲のタスク並列問題で利用可能な計算機利用技術と言える。

参考文献

[1] S. Nakagiri and T. Hisada. Stochastic finite element method developed for structural safety and reliability". Proceedings of the 3rd International Conference on Structural Safety and Reliability, pp. 395–408, 1981.

[2] R. Ghanem and P. Spanos. Stochastic Finite Elements: A Spectral Approach. Springer Verlag, 1991. (reissued by Dover Publications, 2004.).

[3] C. F. Smith, A. F. Peterson, and R. Mittra. A conjugate gradient algorithm for the treatment of multiple incident electromagnetic fields. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 37, pp. 1490–1493, 1989.

[4] Michael L. Parks, Eric de Sturler, Greg Mackey, Duane D. Johnson, and Spandan Maiti. Recycling krylov subspaces for sequences of linear systems. SIAM J. Sci. Comput., Vol. 28, No. 5, pp. 1651–1674, 2006.